Énoncés

Exercice 01

Compléter les phrases suivantes :

a] Si une figure est l' … ou la … d'une autre alors ces deux figures sont …

b] Deux figures qui ont exactement les mêmes dimensions sont des figures …

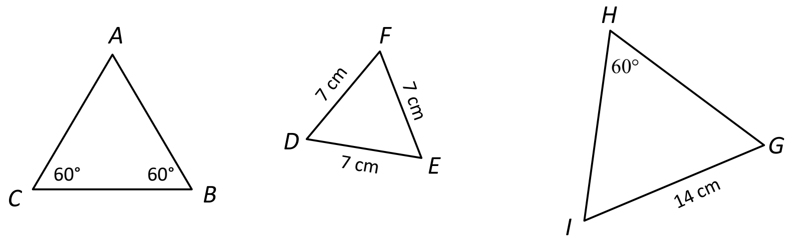
c] Quand deux figures sont semblables, le rapport de deux mesures … est constant.

d] Deux triangles … … sont forcément semblables.

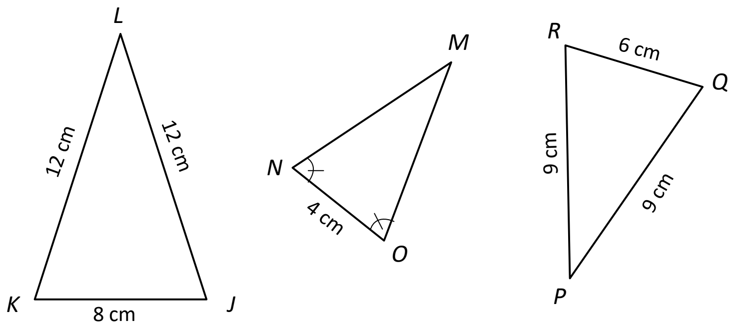
Exercice 02

Dans chacun des cas suivants, déterminer quels triangles sont semblables en précisant les sommets homologues.

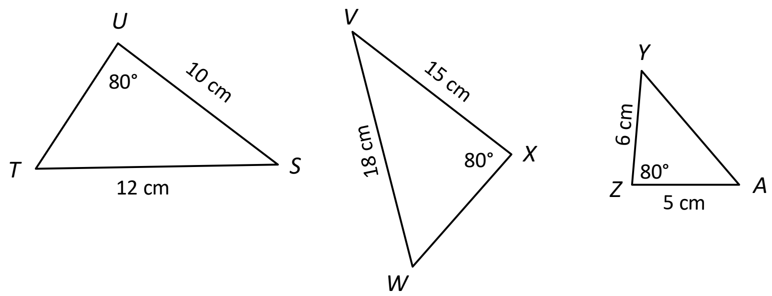
a]



b]



c]

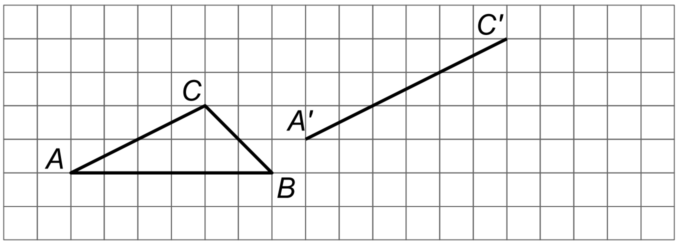


Énoncés

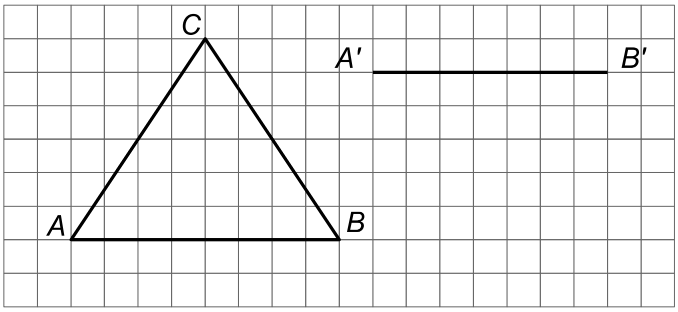
Exercice 03

À l'aide d'une règle non graduée, compléter chacun des dessins suivants, dans lesquels un triangle ABC est semblable à un triangle A'B'C'. Les sommets A, B et C correspondent respectivement aux sommets A', B' et C'.

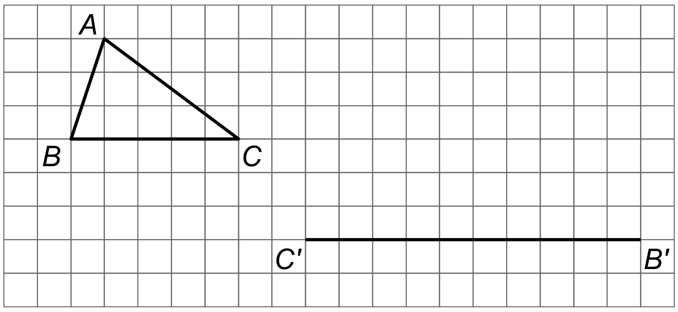
a]



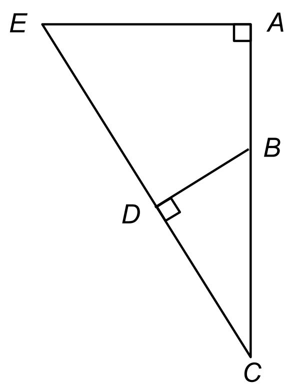
b]



c]



Exercice 04



On considère la figure ci-contre avec : $AE = 3$ cm ; $AC = 5$ cm ; $CD = 3$ cm.

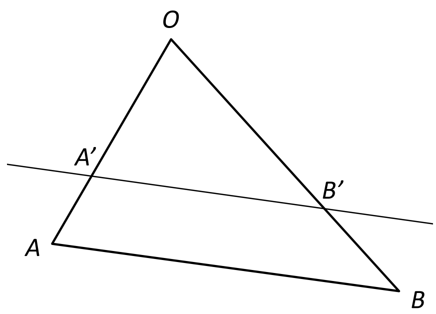
1. Montrer que les triangles *EAC* et *BDC* sont semblables.
Préciser les sommets homologues.

2. Calculer la longueur *BD.*

Exercice 05 *Le théorème de Thalès*

Soit un triangle *OAB* et deux points *A′* et *B′* tels que :

$A' \in [OA]$
$B' \in [OB]$
$(A'B') // (AB)$

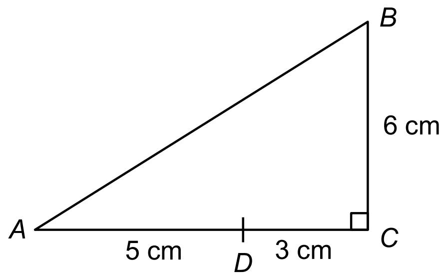


Montrer que l'on a la double égalité suivante :

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}$$

Exercice 06

On considère la figure ci-contre.



1. Placer deux points **distincts** *E* et *F* sur [*AB*] tels que :
_ les triangles *ABC* et *ADE* sont semblables
_ les triangles *ABC* et *ADF* sont semblables

2. Calculer le rapport de réduction de chacun des triangles *ADE* et *ADF* par rapport à *ABC*.

Corrigés

Exercice 01

a] Si une figure est l'**agrandissement** ou la **réduction** d'une autre alors ces figures sont **semblables**.

b] Deux figures qui ont exactement les mêmes dimensions sont des figures **isométriques**.

c] Quand deux figures sont semblables, le rapport de deux mesures **homologues** est constant.

d] Deux triangles **rectangles isocèles** sont forcément semblables.

Exercice 02

a] Comme la somme des angles du triangle *ABC* vaut 180° alors $\widehat{CAB}$ mesure 180 – 60 – 60 = 60°.
Comme *DEF* est équilatéral, alors tous ses angles mesurent 60°.
On en déduit que ***ABC* et *DEF* sont semblables** avec des sommets homologues au choix.

En ce qui concerne *GHI* on ne dispose pas de suffisamment d'informations pour établir qu'il est équilatéral.

b] On a $\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$ et $\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$.

Par conséquent, le triangle LKJ est l'agrandissement du triangle PRQ avec le coefficient $\frac{4}{3}$.
On en déduit que ***JKL* et *PQR* sont semblables** avec *P* homologue à *L* et au choix pour les autres.

En ce qui concerne le triangle isocèle *MNO* on ne dispose pas de suffisamment d'informations pour établir qu'il est semblable aux deux autres.

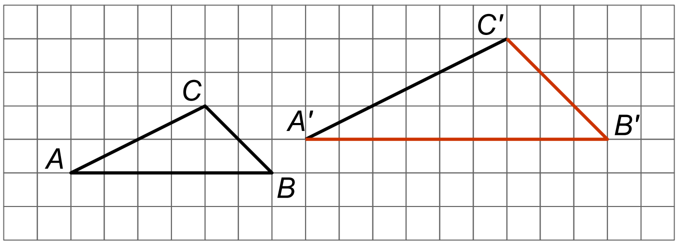
c] On a $\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$ et $\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$ donc $\frac{XV}{US}=\frac{VW}{ST}$ avec $\widehat{VXW}=\widehat{SUT}$.

On en déduit que ***STU* et *VWX* sont semblables** avec ***S*, *U*, *T* respectivement homologues à *V*, *X*, *W***.

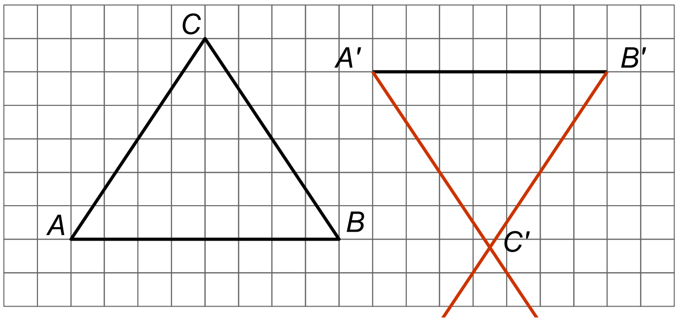
Le triangle *YZA* a également deux côtés proportionnels à ceux des triangles précédents mais ils ne sont pas disposés de la même façon par rapport à l'angle de 80°.

Exercice 03

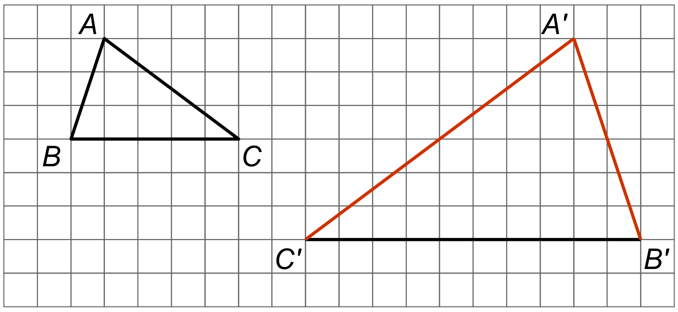
a]



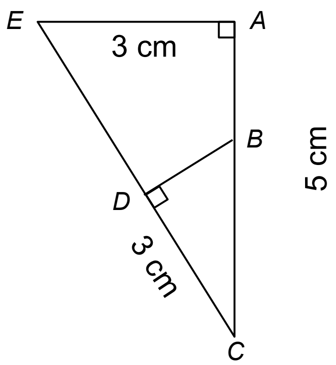
b]



c]



Exercice 04



1. On a $\widehat{ACE}=\widehat{BCD}$ et $\widehat{EAC}=\widehat{BDC}$.
Comme les triangles *ACE* et *BCD* ont deux mesures d'angles communes, alors ils sont semblables.

Les sommets homologues de ***A*, *E* et *C*** sont respectivement ***D*, *B* et *C***.

2. Le côté [*CD*] de *BCD* est l'homologue du côté [*AC*] de *ACE*.
Le triangle *BCD* est la réduction de *ACE* avec le rapport $\frac{CD}{AC}=\frac{3}{5}=0{,}6$.

Comme [*BD*] est l'homologue de [*EA*] alors on en déduit que $BD = AE \times 0{,}6$
$BD = 3 \times 0{,}6$
d'où $\boldsymbol{BD = 1{,}8}$ **cm**.

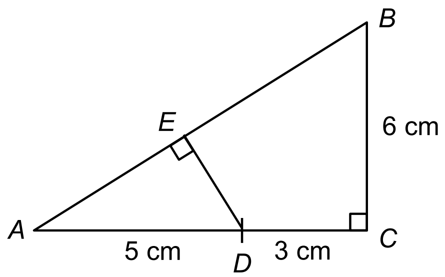
Exercice 05 *Le théorème de Thalès*

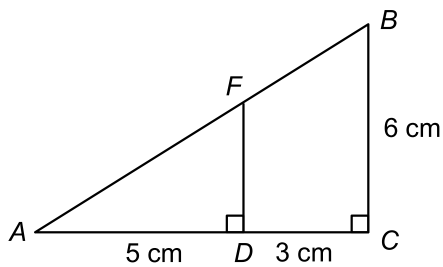
Comme les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OA'B'}$ sont correspondants et que (*AB*) et (*A'B'*) sont parallèles alors ils ont la même mesure.
De même on a $\widehat{OBA}=\widehat{OB'A'}$.

Comme tous leurs angles ont la même mesure alors les triangles *OAB* et *OA'B'* sont semblables.
Par conséquent, l'un est l'agrandissement de l'autre et les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles, d'où la double inégalité suivante :
$\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{A'B'}{AB}$

Exercice 06

1.





2. **a]** Le côté [*AD*] du triangle *AED* est l'homologue du côté [*AB*] de *ABC*.
Comme *ABC* est un triangle rectangle en *C* alors $AB^2=AC^2+BC^2$
$AB^2=64+36$
$AB^2=100$ d'où *AB* = 10 cm.

Le rapport de réduction de *AED* est $\frac{5}{10}=\mathbf{\frac{1}{2}}$

b] Le côté [*AD*] du triangle *AED* est l'homologue du côté [*AC*] de *ABC*.
Le rapport de réduction de *AFD* est donc $\frac{AD}{AC}=\mathbf{\frac{5}{8}}$